

DOI: 10.36910/6775-2524-0560-2020-38-03

УДК 514.181.6 + 514.182

Журило Алла Григорівна, к.т.н., доцент.

<https://orcid.org/0000-0003-4084-4622>

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

ПРО КОЕФІЦІЄНТИ СПОТВОРЕННЯ ПРИ ВИКОНАННІ КРЕСЛЕНИКІВ В АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЕКЦІЯХ

Журило А.Г. Про коефіцієнти спотворення при виконанні креслеників в аксонометричних проекціях. У статті розглянуто основні положення щодо спотворення розмірів при побудові аксонометричних проекцій за вимогами ЕСКД. Пояснюються причини зростання об'єму аксонометричних проекцій у порівнянні з ортогональними проекціями. Показано практичне застосування побудови аксонометричних проекцій. Наведено приклади розрахунку спотворення розмірів при побудові аксонометричних проекцій за вимогами ЕСКД.

Ключові слова: аксонометрія, об'єм, спотворення, формула Сімпсона, практичне застосування.

Журило А. Г. О Коэффициентах искажения при выполнении чертежей в аксонометрических проекциях. В статье рассмотрены основные положения по искажению размеров при построении аксонометрических проекциях по требованиям ЕСКД. Объясняются причины увеличения объема аксонометрических проекций по сравнению с исходными ортогональными проекциями. Показано практическое применение построения аксонометрических проекций. Приведены примеры расчёта изменения размеров при построении аксонометрических проекций в соответствии с требованиями ЕСКД.

Ключевые слова: аксонометрия, объем, искажение, формула Симпсона, практическое применение.

Zhurilo A. G. On distortion coefficients when performing drawings in axonometric projections. The article deals with the basic provisions on size distortion in the construction of axonometric projections according to the requirements of ESCD. The reasons for the increase in the volume of axonometric projections compared to the original orthogonal projections are explained. Practical application of construction of axonometric projections is shown. Examples of calculation of size changes in the construction of axonometric projections in accordance with the requirements of ESCD are given.

Keywords: axonometry, volume, distortion, Simpson's formula, practical application.

Постановка проблеми. Незважаючи на широкий розвиток комп'ютерної техніки та широке застосування її для виконання креслеників, появи вже декількох поколінь програм КОМПАС, AUTOCAD та їхніх аналогів, аксонометричні проекції широко використовуються у машинобудуванні та архітектурі. Для їх опанування потрібно добре знати їхні властивості та правила їхньої побудови, раціонального розташування, з метою отримання найбільш вигідного зображення, та зменшення кількості різних побудов, тощо. На жаль, аксонометричні проекції мають відповідні лише їм специфічні властивості, які ускладнюють побудову креслеників та їхніх частин, та, відповідно, використання вказаних проекцій на практиці.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання щодо точних графічних побудов має велику історичну давнину, беручи свій початок ще в роботах Архімеда, Евкліда та інших вчених. З вичерпною повнотою і строгою науковою обґрунтованістю теорія точних метричних побудов була розроблена математиком Гаспаром Монжем, який у 1795 – 1799 рр. опублікував результати своєї двадцятирічної роботи під назвою «Нарисна геометрія» [1].

Серед імен, з якими пов'язаний розвиток наукової праці в області аксонометричних проекцій, можна згадати видатних вітчизняних вчених: Н. М. Бескіна, О. О. Вольберга, Н. О. Глаголева, Є. А. Глазунова, А. І. Добрякова, Д. І. Каргіна, І. І. Котова, М. О. Риніна, С. О. Смирнова, М. Ф. Четверухіна [2, 3].

У даний час теорія аксонометрії розроблена докладно і висвітлена в численних працях з нарисної геометрії. Питання ж практики побудови аксонометричних зображень висвітлені в літературі недостатньо. У практиці побудови аксонометричних зображень часто виникають значні труднощі, обумовлені не тільки недостатньою підготовкою виконавця, але і складністю окремих задач, що вимагають спеціального роз'яснення [4-8].

Положення ускладнюється ще й тому, що за останні 20..30 років практично не публікувалося робіт із практики побудови аксонометричних зображень та її основних законів. Ті ж роботи, що були опубліковані раніше, у більшості випадків розглядають аксонометричні проекції, не передбачені ГОСТ 2.317 – 69 або ДСТУ ISO 5456-3:2006 [9, 10].

Невирішені частини проблеми. Метою статті є визначення причин широкого розповсюдження аксонометричних проекцій, обґрунтування значень коефіцієнту спотворення та різниці, що виникає при

порівнянні зображень в аксонометричних проекціях та аналогічних їм, але виконаним в ортогональних проекціях [11, 12].

Мета дослідження.

Для практичної побудови аксонометричного кресленика потрібно знаходити аксонометричні координати точок по їх натуральних координатах та відкласти їх у певному порядку паралельно аксонометричним вісям.

На практиці доцільно вимагати спрощення у визначенні аксонометричних координат за рахунок деякої зміни розмірів кресленика, що зберігає, зрозуміло, його вигляд, але, практично завжди, призводить для зростання об'єму.

У ГОСТі 2.317 - 69 для ізометричних проекцій наведено коефіцієнти спотворення по осях X' , Y' , Z' , що дорівнюють 0,82. Для спрощення побудов пропонується виконувати ізометричні проекції з коефіцієнтами спотворення по осях X' , Y' , Z' , що дорівнюють 1 (тобто без змінювання). Іншими словами, при побудові ізометричних проекцій по всіх осях відкладаються натуральні величини.

Чи справедливе таке рішення?

Так, помножуючи праві частини формул

$$K_x = \frac{x'_a}{x_a};$$

$$K_y = \frac{y'_a}{y_a};$$

$$K_z = \frac{z'_a}{z_a}$$

на деякий множник m , отримаємо нові вирази для аксонометричних координат:

$$x_a'' = m \cdot x_a' = m \cdot K_x \cdot x_a$$

$$y_a'' = m \cdot y_a' = m \cdot K_y \cdot y_a$$

$$z_a'' = m \cdot z_a' = m \cdot K_z \cdot z_a.$$

Ці формули з легкістю доводять, що нові аксонометричні координати пропорційні первісним. Така зміна відповідає перетворенню гомотетії (подібності) з центром на початку O' і з коефіцієнтом гомотетії, що дорівнює m .

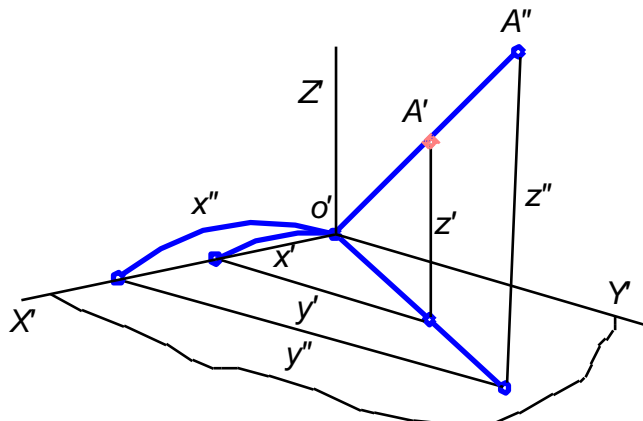


Рис. 1. Перетворення гомотетії з центром на початку координат O'

Дійсно, як видно з рис. 1, у випадку зміни аксонометричних координат у m раз точка A' перетвориться в точку A'' , причому пряма $A'A''$ проходить через початок координат аксонометрії O' , і

відношення $\frac{O'A''}{O'A'} = m$. Таким чином, таке перетворення аксонометричних координат веде до

подібного (гомотетичного) перетворення всього кресленника. Отже, вигляд зображення не змінюється, а змінюються лише його розміри. Такий аксонометричний кресленник називається приведеним, на відміну від первісного аксонометричного зображення, що є точним.

Якщо застосувати відому формулу Сімпсона з метою оцінки об'єму, можна записати:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b S_2(x)dx = \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f(\frac{b+a}{2}) + f(b))$$

де $f(a)$ – значення функції в точці a ;

$f(\frac{b+a}{2})$ - значення функції в точках a і b ;

$f(b)$ - значення функції в точці b .

Просте перетворення вказаної формули призводить до отримання досить простого варіанту цієї формули, яку можна використовувати для визначення об'єму, як мінімум семи простих тіл та їхніх об'єднань: призми, піраміди (повної та зрізаної), циліндра, конуса (повного та зрізаного), сфери.

Таким чином, об'єм вказаної фігури можна визначити, як:

$$V = \frac{h}{6} (S_H + 4S_C + S_B)$$

де h – висота тіла;

S_H – площа нижньої основи;

S_C - площа середнього перерізу;

S_B - площа верхньої основи;

Особливо важливим є користування приведеною аксонометрією в тих випадках, коли завдяки цьому перетворенню вдається отримати аксонометричні координати, що збігаються з натуральними, і тим самим позбавити себе від стомливої праці знаходити аксонометричні координати за допомогою множення натуральних координат на показники спотворення. З введенням у дію ГОСТ 2.317 - 69 ця задача майже втратила своє значення, але навіть і сьогодні доводиться виконувати кресленники, й особливо ескізи, в ізометриях, не передбачених ГОСТом, прив'язуючи аксонометричні координати до розташування фігури.

Якщо розглянути, як приклад, ортогональну ізометричну проекцію. То, у цій проекції показники спотворення по всіх трьох осях рівні і виражаються формулою:

$$K_x = K_y = K_z = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82.$$

Таким чином, для визначення аксонометричних координат через натуральні довелося б щораз змінювати останні в 0,82 рази. Замість цього можна користуватися приведеною аксонометрією (що і передбачено в ГОСТ 2.317 - 69), для чого треба, щоб у формулі добуток $m \cdot K_x = m \cdot K_y = m \cdot K_z = 1$. Тоді приведені аксонометричні координати будуть дорівнювати натуральним:

$$x_a'' = x$$

$$y_a'' = y$$

$$z_a'' = z.$$

Це надзвичайно полегшує побудову аксонометричного зображення.

Отриманий кресленик за своїм виглядом не відрізняється від точної аксонометрії, але розмір його

змінюється у відношенні $m = \frac{1}{0,82} = 1,22$.

Раніше, до введення в дію ГОСТ 2.317 - 69, на практиці вимагали перетворення в одиницю хоча б одного показника, що завжди можливо, переходячи з ізометрії в триметрію або диметрію. З введенням у дію цього ГОСТу такі проекції звичайно не використовують.

Звичайно, об'єм є множенням значення трьох координат. Якщо кожна з них буде більше відповідної координати на ортогональному кресленнику в 1,22 рази, то об'єм зросте кубічно, тобто, в 1,816 разів.

На рис. 2 зображені для зрівняння нормальна і збільшена ізометричні проекції куба з ребром, рівним одиниці натурального масштабу. Як видно з кресленика, нормальне і збільшене зображення відрізняються одне від одного лише розмірами, зберігаючи всі інші властивості, у тому числі і наочність. А трудомісткість побудови суттєво знижується, що важливо для початківців.

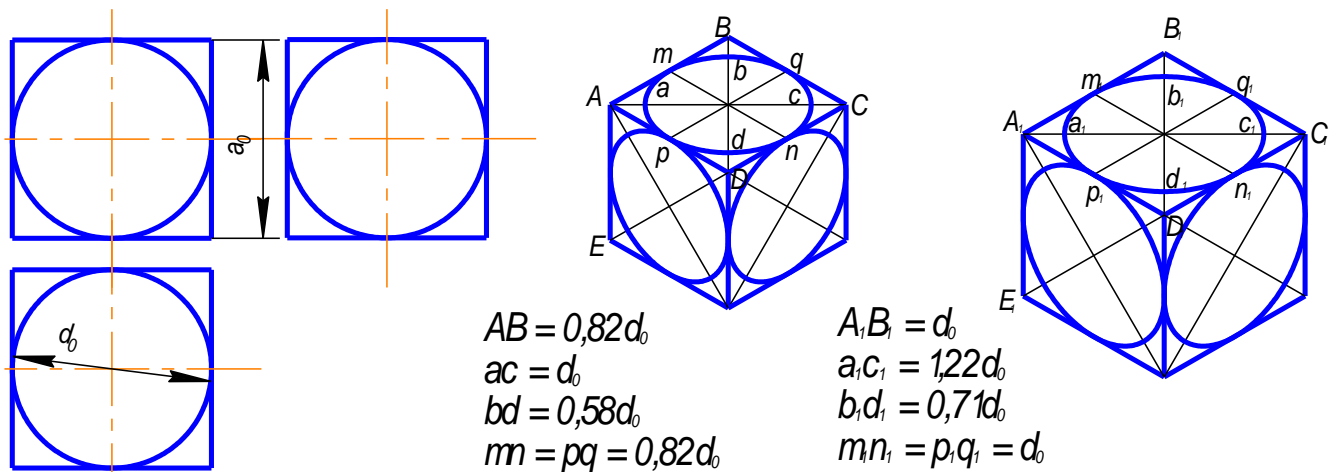


Рис 2. Нормальна і збільшена ізометричні проекції куба з ребром, що дорівнює одиниці натурального масштабу [7]

Якщо коло в аксонометрії зображується еліпсом, цікаво визначити різницю між площинами еліпса та кола.

Площина кола дорівнює[^]

$$S = \pi * R^2 = \frac{1}{4} \pi * D^2$$

Визначимо площину еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Параметричне рівняння такого еліпса дорівнює:

$$x = a * \cos t$$

$$y = b * \sin t$$

де a і b – напіввісі еліпса.

$$S_E = 4 \int_{\pi/2}^0 b \sin t (-a \sin t) dt = 4ab \int_{\pi/2}^0 \sin^2 t dt = 4ab \int_{\pi/2}^0 \frac{1 - \cos^2 2t}{2} dt = \\ = \frac{1}{2} 4ab (t - \frac{1}{2} \sin 2t) \Big|_0^{\pi/2} = 4ab \frac{\pi}{2} = \pi ab$$

Якщо підставити у формулу значення напіввісей еліпса, вважаючи діаметр кола рівним одиниці, отримаємо:

$$S_{E1} = \pi * \frac{1}{2} * 0,58 * \frac{1}{2} * 1 = 0,145\pi$$

$$S_{E2} = \pi * \frac{1}{2} * 0,71 * \frac{1}{2} * 1,22 = 0,216\pi$$

У порівнянні з колом діаметром 1:

$$S_K = \pi * 0,5^2 = 0,25\pi$$

Таким чином, використання збільшеної ізометричної проєкції дозволяє отримати наглядне зображення еліпсу, більш наближене до кола, ніж при використанні нормальної ізометрії.

Чи дивно, що об'ємне зображення, об'єм якого більше початкового об'єму в 1,8 рази, є більш наглядним? Зрозуміло, що нічого дивного немає. Це положення дуже наглядно ілюструє не лише використання аксонометричних проєкцій, а й відоме положення, що з метою отримання наочності не треба використовувати об'ємні діаграми. Треба використовувати діаграми стовбчасті. Бо вони набагато краще (при виконанні масштабу) ілюструють різні залежності, ніж об'ємні діаграми.

Висновки та перспективи подальшого дослідження. Визначено, чому аксонометричні проєкції отримали широке розповсюдження, обґрунтовано значення коефіцієнту спотворення та показана різниця, що виникає в порівнянні зображень в аксонометричних проєкціях та в аналогічних в ортогональних проєкціях, насамперед в зміні об'ємів зображення.

Доведено, що використання збільшеної ізометричної проєкції дозволяє отримати наглядне зображення еліпсу, більш наближене до кола, ніж при використанні нормальної ізометрії.

Література

1. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии: учебник / В. О. Гордон, М. А. Семенов - Огиевский. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
2. Ланюк А. В. Аксонометрические проекции: учебник / А. В. Ланюк. — М. : Гос. изд. - во лит. - ры по строительству и архитектуре, 1956. – 176 с.
3. Порсин Ю. Я. Аксонометрические изображения машиностроительных деталей: учебник / Ю. Я. Порсин. – М.-Л. : Машгиз, 1973. – 188 с.
4. Журило А. Г. Методика построения аксонометрических проекций тел вращения на примере изометрической проекции цилиндра / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ». — 2007. – № 11. – С. 78 – 81.
5. Журило А. Г. Методика построения аксонометрических проекций тел вращения на примере изометрической проекции конуса / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ». — 2005. – № 57. – С. 65 – 68.
6. Журило А. Г. Побудова деяких геометричних тіл у диметрії / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ». — 2008. – № 43. – С. 128 – 131.
7. Журило А. Г. Основна теорема аксонометрії – теорема Польке-Шварца та її практичне використання / А. Г. Журило, Є. М. Сивак, І. Ю. Адашевська // Комп'ютерно - інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. — 2015. - №19. - С. 198-202. Видавництво Луцького національного технічного університету.
8. Журило А. Г. Построение аксонометрических изображений без вторичных проекций / А. Г. Журило, Е. М. Сивак, И. Ю. Адашевская // Сборник трудов XI Международной заочной конференции «Развитие науки в XXI веке» Харьков. — 2016. Ч. 1. Стр. 95-101.
9. ЕСКД. ГОСТ 2.317-69 Единая система конструкторской документации. Аксонометрические проекции. М.: Издательство стандартов, 1969. – 8 с.
10. ДСТУ ISO 5456-3:2006. Кресленики технічні. Методи проєціювання. Частина 3. Аксонометричні проєкції. К.: Держспоживстандарт України, 2008. – 12 с.
11. Журило А. Г. Теоретичні та практичні основи аксонометрії [Текст] / А. Г. Журило. Навч. посібник. Х.: НТУ «ХПІ». — 2010. - 196 с.
12. Каменев В. И. Аксонометрические проекции : Альбом чертежей / В. И. Каменев. — Москва–Свердловск : Гос. изд. - во машиностроит. лит., 1946. – 72 с.

13. Журило А. Г. Деякі питання щодо креслення кіл при побудові аксонометричних проєкцій / А. Г. Журило, Є. М. Сівак // Комп'ютерно - інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. — 2017. - №26. - С. 93-98. Видавництво Луцького національного технічного університету.

References

1. Hordon V. O. Kurs nachertatelnoi heometryy: uchebnyk / V. O. Hordon, M. A. Sementsov - Ohyevskiy. – M.: Nauka, 1976. – 432 s.
2. Laniuk A. V. Aksonometrycheskye proektsyy: uchebnyk / A. V. Laniuk. — M. : Hos. yzd - vo lyt - gy po stroytelstvu y arkhytekture, 1956. – 176 s.
3. Porsyn Yu. Ya. Aksonometrycheskye yzobrazheniya mashynostroytelnykh detalei: uchebnyk / Yu. Ya. Porsyn. – M.- L. : Mashhyz, 1973. – 188 s.
4. Zhurylo A. G. Metodyka postroyeniya aksonometrycheskykh proektsiy tel vrashcheniya na primere yzometrycheskoy proektsiy tsylindra / A. G. Zhurylo // Vestn. NTU «KhPY». — 2007. – № 11. – S. 78 – 81.
5. Zhurylo A. G. Metodyka postroyeniya aksonometrycheskykh proektsiy tel vrashcheniya na primere yzometrycheskoy proektsiy konusa / A. G. Zhurylo // Vestn. NTU «KhPY». — 2005. – № 57. – S. 65 – 68.
6. Zhurylo A. G. Pobudova deiaknykh heometrychnykh til u dymetrii / A. G. Zhurylo // Vestn. NTU «KhPY». — 2008. – № 43. – S. 128 – 131.
7. Zhurylo A. G. Osnovna teorema aksonometrii – teorema Polke-Shvartsa ta yii praktychne vykorystannia / A. G. Zhurylo, E. M. Sivak, I. Yu. Adashevska // Kompiuterno - intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo. — 2015. - №19. - S. 198-202. Vydavnytstvo Lutskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu.
8. Zhurylo A. G. Postroyeniye aksonometrycheskykh yzobrazheniy bez vtorychnykh proektsiy / A. G. Zhurylo, E. M. Syvak, I. Yu. Adashevskaia // Sbornyk trudov XI Mezhdunarodnoi zaochnoi konferentsiy «Razvytye nauky v KhKhI veke» Kharkov. — 2016. Ch. 1. Str. 95-101.
9. ESKD. HOST 2.317-69 Edynaiya sistema konstruktorskoi dokumentatsiy. Aksonometrycheskye proektsyy. M.: Yzdatelstvo standartov, 1969. – 8 s.
10. DSTU ISO 5456-3:2006. Kreslenyky tekhnichni. Metody proetsiuvannia. Chastyna 3. Aksonometrychni proektsii. K.: Derzhspozhyvstandart Ukrainy, 2008. – 12 s.
11. Zhurylo A. G. Teoretychni ta praktychni osnovy aksonometrii [Tekst] / A. G. Zhurylo. Navch. posibnyk. Kh.: NTU «KhPI». — 2010. - 196 s.
12. Kamenev V. Y. Aksonometrycheskye proektsyy : Albom chertezhei / V. Y. Kamenev. — Moskva–Sverdlovsk : Hos. yzd - vo mashynostroyt. lyt., 1946. – 72 s.
13. Zhurylo A. G. Deiaki pytannia shchodo kreslennia kil pry pobudovi aksonometrychnykh proektsii / A. G. Zhurylo, E. M. Sivak // Kompiuterno - intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo. — 2017. - №26. - S. 93-98. Vydavnytstvo Lutskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu.