

DOI: 10.36910/6775-2524-0560-2020-40-03

УДК: 53:004.942

Головіна Ніна Анатоліївна, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Головін Микола Борисович, канд. фіз.-мат. наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0003-4516-4677>

Федонюк Анатолій Ананійович, канд. фіз.-мат. наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0003-0942-227X>

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

АПЛІКАЦІЇ З КОМП'ЮТЕРНОЇ ФІЗИКИ МОВОЮ VISUAL PYTHON НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛЮВАННЯ СИЛОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ

Головіна Н.А., Головін М.Б., Федонюк А.А. Аплікації з комп'ютерної фізики мовою Visual Python на прикладі моделювання силової взаємодії. У цій статті представлена аплікація з комп'ютерної фізики мовою Visual Python на прикладі моделі системи двох тіл, які рухаються та взаємодіють, Крім розробленої комп'ютерної фізичної моделі, проведено модельний експеримент, який може бути актуальним, як в мікро так і макро світі. Використовуються наступні параметри модельного процесу: маса, швидкість, координати тіл. Вибір параметрів та можливість їх зміни дозволяє провести різноманітні модельні експерименти та глибоко зрозуміти сутність фізичного процесу, що моделюється.

Ключові слова: мова Python, Visual, математична модель, комп'ютерне моделювання, метод моделювання в навчанні, програмування, система двох тіл, модельний експеримент, моделі мікро та макро процесів.

Головина Н.А., Головин М.Б., Федонюк А.А. Аппликации из компьютерной физики на языке Visual Python на примере моделирования силового взаимодействия. В этой статье представлена аппликация из компьютерной физики на языке Visual Python на примере модели системы двух тел, которые движутся и взаимодействуют. Кроме разработанной компьютерной физической модели проведен модельный эксперимент, который может быть актуальным, как в микро так и макро мире. Используются следующие параметры модельного процесса: масса, скорость, координаты тел. Выбор параметров и возможность их изменения позволяет провести различные модельные эксперименты и глубоко понять сущность физического процесса моделируемой системы.

Ключевые слова: язык Python, Visual, математическая модель, компьютерное моделирование, метод моделирования в обучении, программирование, система двух тел, модельный эксперимент, модели микро и макро процессов.

Holovina N.A., Holovin M.B., Fedonyuk A.A. Applications in computer physics in Visual Python on the example of simulation of force interaction. This article presents an application from computer physics in the Visual Python language using the example of a model of a system of two bodies that move and interact. In addition to the developed computer physical model, a model experiment was conducted, which can be relevant in both the micro and macro world. The following parameters of the model process are used: mass, velocity, coordinates of bodies. The choice of parameters and the possibility of changing them allows you to conduct various model experiments and deeply understand the essence of the physical process being modeled.

Key words: Python language, Visual, mathematical model, computer modeling, learning modeling method, programming, two-body system, model experiment, micro and macro process models.

Постановка наукової проблеми. Сучасна фізика нараховує близько двох десятків важливих напрямків. Вона має численні стики з іншими науками. На цих стиках виникають цікаві проблеми і задачі, утворюються нові галузі дослідження. Існує широке коло теоретичних та прикладних задач, розв'язання яких є неможливим традиційними методами. Однак, їх можна вирішити завдяки математичному моделюванню. Фізика у великій мірі стимулює розвиток математики та інформатики, як дослідницьких інструментів. Математичний апарат фізики все частіше застосовується в гуманітарних сферах, зокрема, таких як економіка, соціологія, екологія, психологія. Появився термін «комп'ютерна фізика», за такою назвою написані освітньо-професійні програми для підготовки фахівців, що володіють певними якостями та компетентностями. Окремі навчальні заклади пропонують і вивчення такого курсу «Комп'ютерна фізика». Ми будемо розуміти під терміном «комп'ютерна фізика» - сукупність знань, умінь та навичок, які включають в себе вивчення інформаційних технологій і комп'ютерних засобів у контексті застосування їх в практиці дослідження фізичних процесів та використання комп'ютерних фізичних методів у техніці, виробництві, енергетиці, медицині, екології та ін. Комп'ютерне моделювання фізичних явищ та процесів є цікавою інформаційною дослідницькою технологією комп'ютерної фізики. Навчальне моделювання фізичних процесів, в свою чергу, є важливим аспектом методики вивчення фізики. **Актуальність** модельного підходу в навчанні не викликає сумнівів [1, 2].

Модель - це матеріальний або ідеальний об'єкт, який замінює досліджувану систему і адекватним чином відображає її суттєві сторони. Математична модель дає можливість реалізувати модельний процес на комп'ютері та візуалізувати його розгортання в модельному експерименті. Проходження модельного експерименту залежить від початкових параметрів. Інколи можна змінювати і поточні параметри моделі. Результати дослідження моделі переносять на об'єкт

дослідження, зіставляють з наявними емпіричними даними і т.д. Фізична модель накладає на програму строгі рамки реального процесу, сприяє розвитку дослідницьких умінь і навичок, наближає процес навчання до наукового пошуку. Моделювання фізичних процесів вимагає важливих компетенцій в галузі програмування, математики та фізики.

Навчальні дії в галузі практичного програмування і в галузі експериментальної фізики мають багато спільного. Як перша, так і друга галузь діяльності вимагає вишуканого абстрактно-логічного та причинно-наслідкового мислення; строгої структури професійних знань. В обох випадках відбувається щільне сплетіння витончених ментальних і матеріалізованих дій.

Програми як об'єкти навчальних дій є складно організованими, добре структурованими, мають численні логічні внутрішні зв'язки. У процесі навчального моделювання фізичних процесів і явищ контрастно проявляються особливості ментальних процесів людини, способи мислення, формування знань. Еволюцію пізнавальних схем в галузі програмування було детально розглянуто в роботах [3, 4]. **Актуальність** досліджень методики навчального моделювання фізичних явищ спричинена високою контрастністю, витонченою структурою та зв'язністю компонентів об'єкту моделювання. Саме це дає можливість максимально формалізувати сам процес навчання. Створення фізичних моделей може бути хорошим дослідницьким полігоном для відпрацювання нових методик навчання в тому числі і для інших більш гуманітарних галузей знань, де навчальний матеріал має низький контраст, гірше формалізований і є менш структурним.

Актуальним, в навчальному сенсі, є не тільки процес створення та відлагодження моделі, а і також робота з готовою моделюючою програмою. Це є особливо цінним у тих випадках, коли модель демонструє явища мікро або макро світу, які до того ж відбуваються дуже швидко або надповільно. Адже ці явища не можливо досліджувати безпосередньо, тим більше в умовах шкільного експерименту.

Метою цієї роботи є створення аплікації з комп'ютерної фізики мовою Visual Python на прикладі моделювання силової взаємодії двох тіл.

Завданням цієї роботи є:

- Розгляд математичних викладок, що є математичним підґрунтям моделі.
- Реалізація математичної моделі взаємодії двох тіл у вигляді відповідної комп'ютерної програми, написаної мовою Visual Python.
- Формалізація пояснень до програми та відповідного модельного експерименту для подальшого використання цих пояснень в ході навчальних дій при вивченні дисципліни «Комп'ютерна фізика».

Ступінь формалізму, представленого у статті матеріалу, та його структура дозволяють демонструвати сучасні конструктивістські підходи в навчанні та високий ступінь варіативності навчальних дій. Варіативність матеріалу пов'язана з ієрархічністю програмного коду та його відповідних пояснень. Так, в процесі викладання для «сильних» студентів можна обмежитись тільки верхньою частиною програмної ієрархії, тобто пояснювати узагальнено тільки роботу окремих програмних блоків. З іншого боку, для «слабших» студентів можна опуститись на зовсім конкретний рівень і пояснити також, як роботу окремих операторів, так і їх взаємодію. Високий ступінь варіативності також можна досягнути вхідними параметрами моделі в ході модельних експериментів. Цікаві, на погляд авторів, деякі реалізації цих експериментів, показані нижче.

В якості **інструменту моделювання** використовується мова Visual Python. Ця мова широко використовується міжнародним співтовариством для моделювання фізичних явищ. Мова Visual Python або VPython є мовою програмування Python плюс 3d графічний модуль, який називається Visual. VPython дозволяє користувачам створювати 3d об'єкти, такі як сфери, конуси, прямокутні бруски в 3d просторі і рухати їх там. Процес моделювання відбувається у відповідному вікні. Простота візуалізації процесу дозволяє програмістам зосередитися на обчислювальному аспекті модельної програми. Простота VPython зробила цей інструмент дуже зручним для ілюстрації «простої» фізики, особливо в освітньому середовищі. Адже моделювання фізичних процесів шляхом програмування 3d - графіки є досить складним. Поява мови VPython дозволила подолати цю складність. Іншою зручною обставиною мови є те, що транслятор Python працює в режимі інтерпретатора, а синтаксис мови не є складним. Це дуже зручно для навчального програмування, адже код програми, що інтерпретується, може запуститись з помилками і виконається до першої помилки [5, 6].

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів.

Розглянемо взаємодію двох тіл максимально узагальнено. Таким чином, щоб цей розгляд був би актуальним, як в макро так і в мікро світі. Будемо вважати в моделі, що сила взаємодії обернено

пропорційна квадрату відстані між тілами $F = \frac{k}{r^2}$. Реалізація такої взаємодії в макросвіті - це сили гравітації. Тут k прямо пропорційне добутку мас тіл, що взаємодіють. В мікросвіті існують багато ситуацій, де домінують і є актуальними тільки кулонівські взаємодії. В цих випадках k прямо пропорційне добутку зарядів.

Видно, що ця спрощена система може бути використана і на рівні мікросвіту, і на рівні макросвіту. Будемо вважати, що обернено пропорційна залежність сили взаємодії між тілами від квадрату відстані може бути актуальною в якості загальної сутності взаємодії для багатьох випадків макро і мікро світу. Як приклад подібної взаємодії в мікро світі можна розглянути рух іонізованих атомів чи молекул у реальному газі або розчині. Прикладом взаємодії в макросвіті може служити рух планет навколо Сонця чи навколо спільного центра мас, прецесію земної осі та ін.

Опис математичної моделі і відповідної програми. У програмі нам знадобиться бібліотека Visual мови Python. Підключимо її. Крім того, започаткуємо роботу в вікні моделювання заголовком та задамо колір фону.

```
from vpython import *
scene.title="Взаємодія двох тіл"
scene.background=vector(1,1,1)
```

В якості вхідних параметрів будемо використовувати такі параметри, як: маса, швидкість, координати тіл. Ці дані вказані в таблиці 1.

Таблиця 1.

	Маса	Початкова координата по X	Початкова координата по Y	Швидкість
Тіло 1	0.2	10	200	35
Тіло 2	0.1	600	230	-35

У програмі відповідні вхідні дані задаються наступним чином через масиви:

```
m= [0, 0.2, 0.1 ]; x=[0, 10, 600]; y=[0, 200, 230]; vx=[0, 35, -35]; vy= [0, 0, 0]; Fx=[0, 0, 0]; Fy=[0, 0, 0]
```

Математична модель руху системи двох тіл при їх взаємодії має наступний характер [7, 8].

Будемо вважати, що два тіла масами m_1 і m_2 рухаються назустріч одне до одного з деякими швидкостями v_1 і v_2 . (Рис. 1)

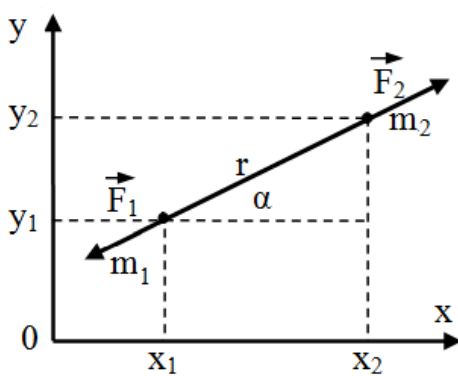


Рис.1. Нецентральна взаємодія тіл

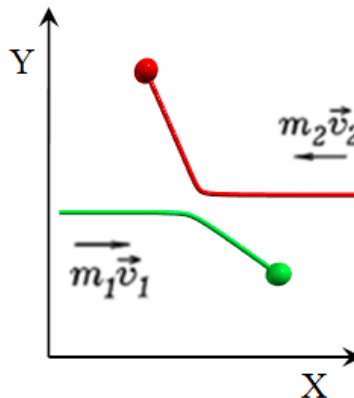


Рис.2. Відштовхування тіл

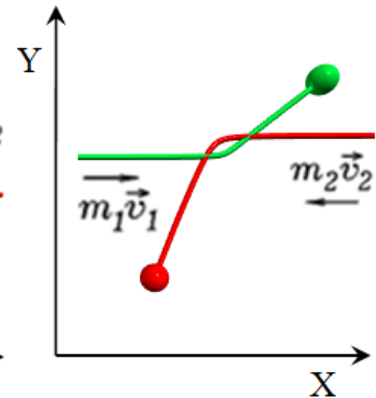


Рис.3. Притягання тіл

Промодельюємо абсолютно пружну взаємодію цих тіл, якщо між ними діють: а) сили відштовхування; б) сили притягання.

В обох випадках $F = \frac{k}{r^2}$. Відстань між тілами $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$, де координати тіл (x_1, y_1) та (x_2, y_2) .

Проекції сили відштовхування: $F_x = -F \cos \alpha$; $F_y = -F \sin \alpha$, де $F = \frac{k}{r^2}$.

$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{r}; \sin \alpha = \frac{y_2 - y_1}{r}$$

Сила взаємодії між тілами реалізується програмно у вигляді процедури Sila() наступним чином.

```
def Sila():
    for i in range(1, N): Fx[i]=0; Fy[i]=0; # очистка масивів
    for i in range(1, N): # перебір тіл по i
        for j in range(1, N): # перебір тіл по j
```

```
l=sqrt((x[i]-x[j])**2+(y[i]-y[j])**2); if (l<1) : l=1 # відстань між тілами
F= - 5000/l; # сила взаємодії
Fx[i]=Fx[i]+F*(x[i]-x[j])/l; Fy[i]=Fy[i]+F*(y[i]-y[j])/l # проекції сили по X та по Y
```

Притягання/відштовхування задається в програмі виразом $F=-5000/l$. Мінус відповідає притягання, а плюс відштовхуванню.

Екранна імітація модельної взаємодії тіл вимагає їх описів. Опис тіл (ball1, ball2), як графічних компонентів експерименту представлений в програмному фрагменті нижче.

```
ball1 = sphere(pos=vector(0,4,0),radius=0.5, color=color.green)
ball2 = sphere(pos=vector(0,0,0),radius=0.5, color=color.red)
for a in [ball1, ball2]: a.orbit = curve(color=a.color, radius = 0.1)
```

Проекції прискорень, швидкостей і координати точок розраховуються наступним чином:

$$a_{ix}^{t+1} = \frac{F_{ix}}{m_i}; \quad v_{ix}^{t+1} = v_{ix}^t + a_{ix}^{t+1} \Delta t; \quad x_i^{t+1} = x_i^t + v_{ix}^{t+1} \Delta t;$$

$$a_{iy}^{t+1} = \frac{F_{iy}}{m_i}; \quad v_{iy}^{t+1} = v_{iy}^t + a_{iy}^{t+1} \Delta t; \quad y_i^{t+1} = y_i^t + v_{iy}^{t+1} \Delta t; \quad i = 1, 2$$

Програмно це виглядає так:

```
N=3; dt=0.05; t=0;
while t<15:
    rate(40); Sila(); t=t+dt;
    for i in range(1, N): #print(i)
        ax=Fx[i]/m[i]; ay=Fy[i]/m[i];
        vx[i]=vx[i]+ax*dt; vy[i]=vy[i]+ay*dt;
        x[i]=x[i]+vx[i]*dt; y[i]=y[i]+vy[i]*dt;
```

Змінна t в циклі `while t<15` відповідає за час у моделі. Сам цикл реалізує багатократне обчислення поточних координат взаємодіючих тіл. У цьому ж циклі відбувається малювання тіл на екрані.

```
for a in [ball1]:
    a.pos.x=x[1]/40; a.pos.y=y[1]/40; a.orbit.append(pos=a.pos)
for a in [ball2]:
    a.pos.x=x[2]/40; a.pos.y=y[2]/40; a.orbit.append(pos=a.pos)
```

Методичний аспект написання програмного коду. Зрозуміло, що з точки зору методики інформатики представлений код повинен пройти попередню поступову еволюцію через інші більш прості модельні програми, зокрема такі: статичне тіло на екрані, прямолінійний рівномірний рух тіла вздовж однієї з осей координат (X або Y), прямолінійний рівноприскорений рух тіла вздовж однієї з осей координат (наприклад, падіння тіла в полі тяжіння Землі або пружинний маятник), прямолінійний рівномірний рух тіла під кутом до осі координат, прямолінійний рівноприскорений рух тіла під кутом до осі координат, рух тіла в силовому полі, (наприклад, рух тіла в полі тяжіння землі кинутого під кутом до горизонту), малювання графіків стандартних функцій, наприклад синусоїди.

Важливим моментом у цій еволюції є порційність і дозованість добавок при трансформації та модифікації коду модельної програми в процесі її ускладнення. В цьому контексті необхідно пам'ятати, що ні одна пізнавальна схема (в тому числі і програмна) не є абсолютно новою. Кожна є трансформацією або модифікацією вже існуючої. Доза нової модифікуючої порції програмного фрагменту теж відома. Вона не повинна перевищувати 7 ± 2 нових зв'язаних між собою компоненти.

Модельний експеримент.

Нецентральна взаємодія двох тіл. На рис.2 показаний рух тіл з різними масами (таблиця 1). Видно, що при нецентральній пружній взаємодії двох тіл, між якими діють сили відштовхування, викривлення траєкторії тіла з більшою масою менше. З рис.3 (таблиця 1.) видно, що в разі притягання, маса тіл так само впливає на траєкторію. Видно, що тіло з більшою масою більш інертне у взаємодії і його траєкторія змінюється в меншій мірі, ніж траєкторія тіла з меншою масою.

Рух тіл біля спільного нерухомого центру мас (рис.4, рис.5). Це цікавий випадок взаємодії. Якщо тіла мають однакові маси та однакові швидкості, то існують багато випадків, коли тіла будуть обертатись біля нерухомого центру мас. Такий випадок представлений зокрема на рис.4.

Таблиця 2

	Маса	Початкова координата по X	Початкова координата по Y	Швидкість
Тіло 1	0.01	300	70	25
Тіло 2	0.01	300	350	-25

Підбором швидкостей і мас тіл можна досягнути такої ситуації, коли обидва тіла будуть рухатись по одній траєкторії (рис.5). У конкретному випадку модельного експерименту, що представлений в цій роботі такий підбір полягав у збільшенні швидкостей тіл при їх незмінній масі.

Таблиця 3

	Маса	Початкова координата по X	Початкова координата по Y	Швидкість
Тіло 1	0.01	300	70	30
Тіло 2	0.01	300	350	-30

Подальше збільшення швидкостей руху тіл приводить до ситуації, коли тіла продовжуючи рухатись біля спільного центру мас, втрачають спільну траєкторію і починають рухатись кожне своєю власною траєкторією. Ще більше збільшення швидкостей приводить до руйнації системи з двох тіл, що рухаються біля спільного центру мас. Тіла розлітаються в різні сторони.

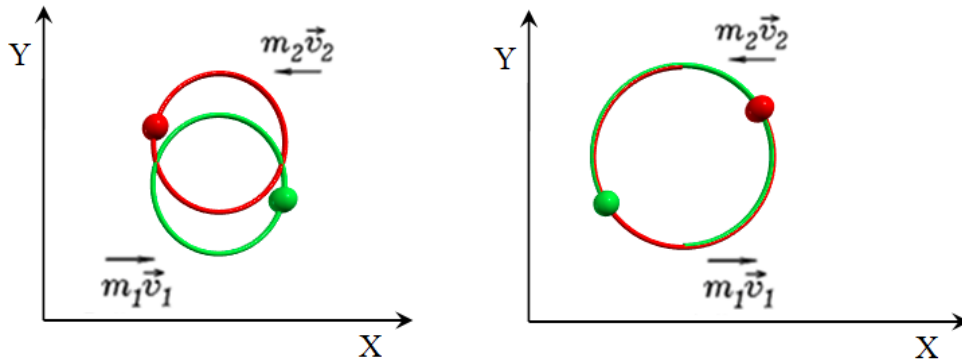


Рис.4. Взаємодія двох тіл (притягання). Таб. 2 Рис.5. Взаємодія двох тіл (притягання). Табл.3

Рух тіл біля спільного рухомого центру мас (рис.6, рис.7). При різних масах тіл рух біля спільного центру мас теж можливий. Траєкторія тіла з меншою масою рухається завжди з більшою амплітудою. Так на рис.6 представлені траєкторії руху тіл, що мають однакові швидкості, однак маса першого тіла в чотири рази більша, ніж маса другого, а центр мас тіл зміщується. Амплітуди руху тіл сильно розрізняються.

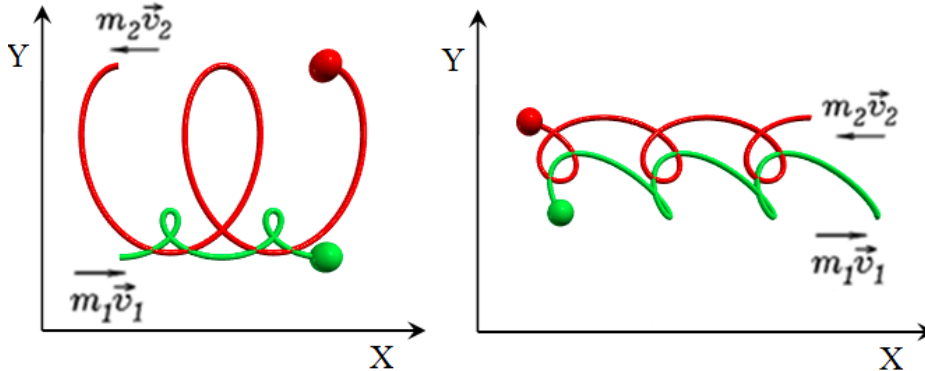


Рис.6. Взаємодія двох тіл (притягання). Табл.4 Рис.7. Взаємодія двох тіл (притягання). Табл.5

Таблиця 4

	Маса	Початкова координата по X	Початкова координата по Y	Швидкість
Тіло 1	0.04	10	50	15
Тіло 2	0.01	10	300	-15

Таблиця 5

	Маса	Початкова координата по X	Початкова координата по Y	Швидкість
Тіло 1	0.02	550	150	1
Тіло 2	0.02	450	300	-10

Цікавий випадок траєкторії руху тіл реалізується, коли траєкторія одного тіла проходить «всередині» спіралеподібної траєкторії іншого. Маса «внутрішнього» тіла набагато більша ніж маса «зовнішнього» тіла. Крок обох спіралей однаковий, а амплітуда руху «внутрішнього» значно менша.

Цікавими є модельні експерименти в яких рівні маси тіл, а швидкості різні (рис.7).

Проведений модельний експеримент демонструє взаємодію двох тіл між якими діють сили притягання стосовно тіл, що рухаються біля спільного центру мас. Розглянуто ситуації з різними конфігураціями мас, швидкостей, координат, сил взаємодіючих об'єктів. Отримані модельні траєкторії рухів цих тіл є цікавими в контексті того, що модель може працювати, як в мікро, так і в макро світі. Зокрема, модель може пояснити рух супутника навколо планети або рух двох зірок навколо загального центру мас. Розгляд модельних траєкторій може дозволити розпізнати за виглядом експериментальних кривих ту чи іншу конфігурацію мас, швидкостей, координат, сил взаємодіючих об'єктів. Повсякденне життя такого досвіду не дає. Якісне порівняння експериментальних і модельних траєкторій може розкрити механізм взаємодії. Останнє дозволяє використовувати комп'ютерні моделі для пояснення сутності фізичних явищ, зробити узагальнення з масштабуванням процесів, які розглядаються.

Використання програмування в навчанні фізики завжди є складним завданням, як для учня, так і для викладача. Такий процес вивчення має справу з багатьма технічними та міждисциплінарними питаннями, а також вимагає синхронізації знань фізики, математики з інформатикою.

Комплексний підхід до викладання, коли інформатика та математика синхронізується з фізикою, демонструє методологію, яка ґрунтується на конструктивістському модельному підході до навчання. Це дає, з одного боку, можливість поглибити вивчення фізики, наповнити його математикою і інформатикою. З іншого боку, учні можуть провести серії експериментів з комп'ютерними моделями, які в умовах школи неможливо провести інакше.

При успішному поєднанні вивчення фізики, інформатики, та математики модельний підхід допомагає глибше розуміти суть фізичних процесів. Цей підхід сприяє взаємопоглибленню в кожній зі згаданих дисциплін, а також сприяє цілісному баченню фізики, математики та інформатики, як однієї тісно зв'язаної структури знань, в якій кожна з компонентів несе своє змістовне навантаження. З педагогічної точки зору, інтегрований модельний підхід може стимулювати учня відразу до вивчення декількох цивілізаційно важливих природничих дисциплін. Одним з важливих аспектів модельного підходу в навчанні є потужний вплив на учня в сенсі формування причинно-наслідкового, абстрактно-логічного, матеріалістичного мислення.

Висновки

- Створено аплікацію комп'ютерної моделі силової взаємодії двох тіл, що візуалізує на екрані в реальному часі і просторі взаємодії мікро і макро світу, які насправді можуть відбуватись надшвидко або надповільно. Проявилась зручність мови Visual Python для створення моделей такого виду.
- Проведено модельний експеримент для тіл між якими діють сили притягання і відштовхування. Розглянуті ситуації з різними конфігураціями мас, швидкостей. Отримані модельні траєкторії рухів. Проаналізовані модельні експерименти, в яких два тіла рухаються біля спільного центру мас. Такі моделі можуть пояснити різноманітні траєкторії рухів космічних тіл: зірок, планет, астероїдів, тощо.
- Зазначена важливість модельних експериментів в мікро і макро світі в шкільному курсі. Повсякденне життя не дає досвіду взаємодії тіл такого роду. Існує велика кількість експериментальних траєкторій мікро і макро світу. Якісне порівняння експериментальних і модельних траєкторій може розкривати механізм взаємодії. Останнє важливе для пояснення сутності відповідних фізичних явищ.
- Відмічено потужний вплив модельного підходу в навчанні на якість природничої ланки освіти. Зазначено, що цей підхід формує причинно-наслідкове, абстрактно-логічне, матеріалістичне мислення. Це сприяє цілісному баченню фізики математики та інформатики, як однієї тісно зв'язаної структури знань, в якій кожний з компонентів несе своє змістовне навантаження.

Список бібліографічного опису

1. Моделирование и интеграция сервисів хмаро орієнтованого навчального середовища: монографія / Копняк Н., Корицька Г., Литвинова С., Носенко Ю., Пойда С., Седой В., Сіпачова О., Сокол І., Спирін О., Стромилло І., Шишкіна М.; за ред. С.Г. Литвинової. Київ: ЦП «Компринт», 2015. 163 с.
2. Гриб'юк О. О. Дослідницьке навчання учнів предметів природничо-математичного циклу з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем / О. О. Гриб'юк. Монографія. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2019. – 858 с.: іл.

3. Головін М.Б. Специфіка навчальних дій, що містять комп'ютерне моделювання фізичних процесів / М.Б.Головін, Н.А.Головіна. "Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво" Луцьк, 2018. Випуск № 32 С. 10-18. <http://ki.lutsk-ntu.com.ua/node/139/section/4>
4. Головін М.Б. Модельний розгляд пізнавальних процесів, супутніх навчальному програмуванню / М.Б.Головін, Н.А.Головіна, Н. М. Головіна. Психологічні перспективи. - 2018. - Вип. 31. - С. 57-70. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ppst_2018_31_7
5. Фёдоров Д.Ю. Основы программирования на примере языка Python / Д.Ю.Фёдоров. Учебное пособие. — СПб.: Юрайт, 2018. — 167 с.
6. Гетманова Е.Е. Использование Visual Python для моделирования физических процессов / Е.Е.Гетманова . "Компьютерные инструменты в образовании". 2005. — №04. С. 43-47.
7. Майер Р.В. Задачи, алгоритмы, программы. [Электронный ресурс] /URL: <http://maier-rv.glazov.net>, <http://komp-model.narod.ru>.
8. Майер Р.В. Компьютерное моделирование физических явлений. — Глазов, ГГПИ: 2009. — 112 с.

References

1. Modelyuvannya j integraciya servisiv hmaro oryentovanogo navchal'nogo seredovishcha: monografiya / Kopnyak N., Koric'ka G., Litvinova S., Nosenko Y.U., Pojda S., Sedoj V., Sipachova O., Sokol I., Spirin O., Stromilo I., SHishkina M.; za red. S.G. Litvinoi. Kii'v: С.Р «Komprint», 2015. 163 s.
2. Grib'yuk O. O. Doslidnic'ke navchannya uchniv predmetiv prirodnic'ho-matematichnogo ciklu z vikoristannyam komp'yuterno oryentovanih metodichnih sistem . Monografiya. – Kii'v: NPU imeni M. P. Dragomanova, 2019. – 858 s.: il.
3. Golovin M.B. Specifika navchal'nih dij, shcho mistyat' komp'yuterne modelyuvannya fizichnih procesiv / M.B.Golovin, N.A.Golovina. "Komp'yuterno-integrovani tekhnologii: osvita, nauka, virobnictvo" Luc'k, 2018. Vipusk № 32 S. 10-18. <http://ki.lutsk-ntu.com.ua/node/139/section/4>
4. Golovin M.B. Model'nij rozglyad piznaval'nih procesiv, suputnih navchal'nomu programuvannyu / M.B.Golovin, N.A.Golovina, N. M. Golovina . Psihologichni perspektivi. - 2018. - Vip. 31. - S. 57-70. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ppst_2018_31_7
5. Fyodorov D.Yu. Osnovy programirovaniya na primere yazyka Python . Uchebnoe posobie. — SPb.: YUrajt, 2018. — 167 s.
6. Getmanova E.E. Ispol'zovanie Visual Python dlya modelirovaniya fizicheskikh processov / E.E.Getmanova. "Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii". 2005. — №04. S. 43-47.
7. Majer R.V. Zadachi, algoritmy, programy. [Elektronnyj resurs] /URL: <http://maier-rv.glazov.net>, <http://komp-model.narod.ru>.
8. Majer R.V. Komp'yuterno modelirovanie fizicheskikh yavlenij. — Glazov, GGPI: 2009. — 112 s.